

Contrôle de Rattrapage. Mercredi 29 juin 2011. (Durée : 2 heures)

Bon travail et bon courage.

Exercice 1. (5 pts)

1) (2 pts) Indiquer sans démonstration, la nature des séries de termes généraux : $\frac{1}{n^2}$, $\frac{1}{n}$, $\frac{(-1)^n}{n}$ et $\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$.

2) (3 pts) Soit f une fonction continue, une fois continuellement dérivable sur $] -1, 1[$, vérifiant $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$.

Etudier les séries de termes généraux $u_n = f\left(\frac{1}{n^2}\right)$ et $v_n = f\left(\frac{1}{n}\right)$

(On pourra utiliser la formule des accroissements finis)

Exercice 2 (8 pts) Soit l'équation différentielle

$$2x(1-x)y'(x) + (1-2x)y(x) = 1 \quad (E)$$

1) (1 pt) Normaliser l'équation (E). On notera (N) la nouvelle équation.

Justifier qu'on sera amené à résoudre (N) sur chacun de ces trois intervalles : $] -\infty, 0[$, $]0, 1[$ et $]1, +\infty[$.

2) (2,5 pts) Donner la solution générale réelle de (N_0) (Equation sans second membre)

3) (3,5 pts) Donner une solution particulière réelle de (N).

Indication :

$$\int \frac{dx}{\sqrt{ax^2 + bx + c}} = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{a}} \ln \left| \left(x + \frac{b}{2a}\right) + \sqrt{ax^2 + bx + c} \right| & \text{si } a > 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{-a}} \text{Arcsin} \left(\frac{2ax+b}{\sqrt{b^2-4ac}} \right) & \text{si } a < 0. \end{cases}$$

4) (1 pt) Donner la solution générale réelle de (N).

Exercice 3. (7 pts)

Soit $f_n(x) = (-1)^n \ln \left(1 + \frac{x}{n(1+x)} \right)$ défini pour $x \geq 0$ et $n \geq 1$.

1. (2,5 pts) Montrer que la série $\sum_{n \geq 1} f_n(x)$ converge simplement sur \mathbb{R}^+ .

2. (3,5 pts) Montrer que la série $\sum_{n \geq 1} f_n(x)$ converge uniformément sur \mathbb{R}^+ .
(Indication. On a $\ln(1+t) \leq t$, $\forall t > -1$)

3. (1 pt) En déduire la continuité de $\sum_{n \geq 1} f_n(x)$ sur \mathbb{R}^+ .



ETU SUP.com

Programmmation
Cours
Electricité
Physique
Résumés
Analyse
Livres
Exercices
Contrôles Continus
Langues
Thermodynamique
Multimedia
Divers
Economie
Travaux Dirigés
Chimie Organique
Informatique
Optique
Chimie
Algèbre
Corrigés
Mathématiques
Mécanique
Travaux Pratiques
Droit

et encore plus..